**Tentamen Statistiek KW/MBW (deel 2, finale herkansing)**

Afdeling: Propedeuse KW/MBW 2019

Examinator: Dr. J.B.M. Melissen

Datum: 20 februari 2020

1. **Alle antwoorden moeten gemotiveerd worden**.

2. Rond eindantwoorden (kommagetallen) af op *vier* decimalen, tenzij anders vermeld.

3. Uitsluitend tijdens de tentamenzitting verstrekte formulebladen en tabellen mogen

geraadpleegd worden.

4. Het gebruik en aanwezigheid van communicatieapparatuuris niet toegestaan.

5. Het gebruik van een (grafische) rekenmachine met statistische programmatuur en het

raadplegen van de bijbehorende handleiding is toegestaan. Het *statistische* gebruik van deze

rekenmachine is bij een aantal onderdelen ingeperkt. Let op de aanwijzingen! Het

programmeerbare deel mag geen informatie bevatten, die betrekking heeft op de collegestof.

6. De opgaven dienen na afloop van het tentamen ingeleverd te worden.

Dit tentamen bestaat uit vier opgaven (30, 25, 25, 20 punten). Score = Puntentotaal/10

# Opgave 1 (totaal 30 punten)

Tijdens oefeningen wordt gebruik gemaakt van standaard NATO 24-uursrantsoenen. Deze zijn per 12 stuks verpakt in kartonnen dozen. In een depot van de logistieke dienst van waaruit deze dozen geleverd worden is van een aantal voorgaande maanden het aantal uitgeleverde dozen bijgehouden: 738, 621, 810, 389, 470, 622, 515. Neem aan dat de aantallen normaal verdeeld zijn. Uit eerdere metingen is bekend dat de standaarddeviatie in goede benadering gelijk is aan 150 dozen per maand.

**1a. [10pt]** Bereken een 90% betrouwbaarheidsinterval voor op grond van bovengenoemde steekproef, zonder daarbij gebruik te maken van de optie TESTS van de grafische rekenmachine. Rond de grenzen van dit interval af op gehele getallen en wel zodanig dat de 90% betrouwbaarheid gewaarborgd blijft.

Het betrouwbaarheidsinterval met betrouwbaarheid voor bij gegeven wordt bepaald door te schatten met het steekproefgemiddelde van meetwaarden en dat als midden te nemen van een interval met linker- en rechteroverschrijdingskansen :

Bepaal eerst de -waarde bij een rechteroverschrijdingskans van . Het gevraagde interval is dan , **2pt**

want de standaarddeviatie van het gemiddelde van waarden is .

In ons geval is en . **2pt**

Bij hoort bij een rechteroverschrijdingskans de waarde

**2pt**

dus interval . **2pt**

Afronden op gehele getallen: (501 , 687). **2pt**

**1b. [6pt]** De commandant van het depot vindt het zojuist bepaalde interval te ruim, hij streeft naar een interval met een lengte van hoogstens 100 bij gelijkblijvende betrouwbaarheid. Is het mogelijk om het interval zo klein te krijgen als je maar wilt door de steekproefgrootte te vergroten?   
Als dit mogelijk is bereken dan voor hoeveel maanden de uitgeleverde hoeveelheid pakjes bekend moet zijn om aan deze eis te voldoen. Als het niet mogelijk is, leg dan uit waarom dit niet kan.

De breedte van het betrouwbaarheidsinterval is . **1pt**

Door de steekproefgrootte te vergroten kan de breedte van het interval willekeurig klein worden gemaakt. **2pt**

De breedte van het interval is . **1pt**

Hieruit volgt is . Naar boven afronden voor alle zekerheid: . **2pt**

**1c. [5pt]** Toets: tegen . Bepaal de toetsuitslag via het berekenen van een kritiek gebied. Kies hierbij α = 0,05.

De toetsingsgrootheid is normaal verdeeld met gemiddelde μ = 700 (volgens aanname ) en standaarddeviatie . **2pt**

Het kritieke gebied is met . **2pt**

Nu ligt in dit kritieke gebied, dus wordt verworpen. **1pt**

**1d. [5pt]** Bepaal – weer zonder gebruik te maken van de optie TESTS van de grafische rekenmachine – opnieuw de toetsuitslag van onderdeel 1c), maar nu via het berekenen van een overschrijdingskans. Kies opnieuw .

Veronderstel weer dat de toetsingsgrootheid is normaal verdeeld met gemiddelde μ = 700 en standaarddeviatie . De -waarde =

**3pt**

Deze waarde is kleiner dan de significantie α = 0,05, dus wijkt significant af van de aangenomen . wordt dus verworpen. **2pt**

**1e. [4pt]** Leg je toetsuitslag uit 1c) in begrijpelijk Nederlands uit aan de commandant van het depot. Kan hij dit resultaat gebruiken om te bepalen hoe hoog zijn maandelijkse voorraad moet zijn?

Op grond van de steekproef kun je met minstens 95% zekerheid concluderen dat de gemiddelde maandelijkse vraag hoogstens 700 bedraagt, **2pt**

dus een voorraad van 700 dozen zal in 95% van de gevallen toereikend zijn. **2pt**

# Opgave 2 (Totaal 20 punten)

In de onderstaande tabel is voor 90 cadetten van de lichting 2019/2020 de verdeling van mannen en vrouwen over de studierichtingen weergegeven.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | M | V | Totaal |
| KW | 25 | 6 | 31 |
| MBW | 13 | 18 | 31 |
| MS&T | 23 | 5 | 28 |
| Totaal | 61 | 29 | 90 |

**2a. [10pt]** Ga via een homogeniteitstoets na of er sprake is van samenhang tussen geslacht en studierichting. Formuleer eerst een nulhypothese en een alternatieve hypothese. Bepaal de uitslag van de toets via een kritiek gebied. Kies α = 0,01.

Een homogeniteitstoets is de toets. Standaard voor deze toets is de formulering:

: Geen samenhang.

: Wel samenhang.

Doe de toets: Bereken eerst de verwachte frequenties uit de som- en rijtotalen op grond van de aanname () dat rijen en kolommen niet van elkaar afhankelijk zijn.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | M | V | Totaal |
| KW | 23,64 | 11,24 | 31 |
| MBW | 23,64 | 11,24 | 31 |
| MS&T | 21,35 | 10,15 | 28 |
| Totaal | 61 | 29 | 90 |

**4pt**

Bereken de toetsgrootheid:

**2pt**

Deze toetsgrootheid voldoet aan een -verdeling met aantal vrijheidsgraden: (3-1)\*(2-1) = 2. **1pt**

In Tabel C7 vind je de grenswaarde . Het kritieke gebied is dus: . **1pt**

De berekende waarde van ligt in , d.w.z. H0 wordt verworpen; er is dus sprake van samenhang. **2pt**

**2b. [4pt]** Leg uit wat je resultaat van onderdeel 2b) betekent en hoe dat, kijkend naar de tabel, te verklaren valt. Gebruik daarbij niet de woorden “homogeen” en “samenhang”.

Er is een significant verband tussen geslacht en studierichting. Het percentage vrouwen is 32% maar bij MBW ligt dat veel hoger (58%), terwijl het bij KW en MS&T veel lager is (18%).

In de tabel hieronder zie je de verdeling van de cadetten over studierichtingen en krijgsmachtdelen.

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | KL | KLu | KMar | Totaal |
| KW | 15 | 11 | 5 | 31 |
| MBW | 8 | 13 | 10 | 31 |
| MS&T | 15 | 13 | 0 | 28 |
| Totaal | 38 | 37 | 15 | 90 |

**2c. [6pt]** Leg uit waarom de - toets niet geschikt is om de homogeniteit van deze tabel te onderzoeken.

Leg uit wat je hieraan zou kunnen doen.

Zou deze aanpassing de conclusie van de toets beïnvloeden en in welke zin?

# Opgave 3 (Totaal 20 punten)

Wanneer de coopertestgegevens van twee opkomstjaren nader bekeken worden, dan lijken, ondanks dat de spreiding bij de vrouwen groter is dan bij de mannen, de scores van de vrouwen significant lager te zijn dan die van de mannen. Om dit nader te onderzoeken beperkt men zich tot de gegevens van cadetten en de adelborsten van de logistieke dienst. Voor deze groep zijn de gegevens in onderstaande tabel vermeld. We veronderstellen dat er sprake is van een steekproef en dat de variabele *coopertest* het patroon van een normale verdeling volgt. Analyse van de steekproefgegevens levert de volgende resultaten op:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Steekproefgemiddelde** | **Steekproefstandaarddeviatie** | **Aantal** |
| **Man** | 2590,17 | 117,17 | 9 |
| **Vrouw** | 2325,65 | 144,95 | 11 |

**3a. [5pt]** Bepaal – zonder gebruik te maken van het menu TESTS van de grafische rekenmachine – een 90%-betrouwbaarheidsinterval voor de parameter σ2Vrouw.

Zie Buijs/Reader Par. 10+.1. Het gevraagde betrouwbaarheidsinterval wordt gegeven door

waarbij je de grenswaarden vindt in Tabel C7 (-verdeling).

Hierbij is ,

,

,

,

.

Het gevraagde interval is dan:

**3b. [6pt]** Laat via het uitvoeren van een toets zien dat de twee groepen gekenmerkt worden door een variantie die, bij een waarde van α = 0,10, statistisch gezien gelijk is. Geef duidelijk aan welke toets je gebruikt en wat je hypothesen, toetsingsgrootheid en kritieke gebied zijn.

Voor het kijken of twee groepen een gelijke variantie hebben gebruik je de F-toets (Par. 11.5). Hiervoor gelden standaard de volgende hypotheses:

De varianties voor man en vrouw zijn gelijk.

De varianties voor man en vrouw zijn verschillend.

De toetsingsgrootheid is en de waarde is . De vrijheidsgraden van de F-verdeling zijn en .

Het kritieke gebied bestaat uit de vereniging van een linker- en een rechterinterval, beide met een overschrijdingskans van .

De grenswaarde van het rechterinterval zoek je op in Tabel C9 (want overschrijdingskans is 0,05) bij zijn en , je vindt dan en rechterinterval .

Het linkerinterval kun je niet direct opzoeken, maar wel met een truc, want omdat

kun je de **linkergrens** uitrekenen als **1 gedeeld door de rechtergrens**, waarbij je de twee vrijheidsgraden van volgorde verwisselt. Je zoekt dus in Tabel C9 bij en (volgorde verwisseld) en vindt 3,34. De linkergrens is dan 1/3,34 = 0,2994 met interval

Het kritieke gebied is dus .

De berekende waarde ligt niet in een van de twee intervallen, dus niet in het kritieke gebied. Dat betekent dat niet wordt verworpen dus dat waar is, d.w.z., de varianties voor mannen en vrouwen zijn statistisch significant (met α = 0,10) gelijk.

**3c. [6pt]** Scoren mannen bij de coopertest significant *hoger* dan vrouwen? Voer een toets uit. Geef duidelijk aan wat hypothesen, toetsingsgrootheid en kritieke gebied zijn. Kies α = 0,01.

Je wilt weten of mannen beter scoren, dus je moet kijken naar de gemiddelde scores:

.

.

De varianties zijn niet bekend. Als je van het gegeven van onderdeel b gebruik maakt dan zijn de varianties van de groepen gelijk en is hier de t-toets uit Par. 11.2.2 toepasbaar zijn (als je daar niet vanuit gaat moet je de toets uit Par. 11.2.3 toepassen

De toetsingsgrootte is , die voldoet aan een t-verdeling met vrijheidsgraden.

In de formule van is het verschil van de gemiddelde score van mannen en vrouwen 264,52.

Omdat we aannemen, geldt .

.

De **pooled variance** .

Er volgt dan dat

Bij α = 0,01 enkelzijdig en 9+11-2 = 18 vrijheidsgraden vind je in Tabel C6 een grenswaarde van 2,552, dus het kritieke gebied is . De berekende waarde van t zit hierin, dus wordt verworpen, dus mannen scoren significant beter dan vrouwen.

**3d. [3pt]** Hoe groot moet het verschil tussen mannen en vrouwen minimaal zijn om significant te zijn met α = 0,005?

De grenswaarde voor die nog net toelaatbaar is bij de gekozen significantie α = 0,005 is . Er geldt dan

dus

is de kleinste waarde van het verschil .

# Opgave 4 (Totaal 30 punten)

In het kader van het verminderen van milieubelasting en het verbeteren van efficiëntie werd binnen Defensie de actie Paper Tiger gehouden. Tijdens deze actie werd gewerkt aan bewustwording bij het personeel en werden maatregelen genomen om het gebruik van papier in de bedrijfsvoering terug te dringen. Om het effect van de actie te evalueren werd bij zes depots de uitgifte van papier vlak voor en direct na de actie gemeten. In de tabel hieronder is het aantal pallets papier weergegeven dat in een maand door elk depot werd verstrekt.

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Depot** | **1** | **2** | **3** | **4** | **5** | **6** |
| **Uitgifte voor Paper Tiger** | 20 | 27 | 18 | 29 | 28 | 22 |
| **Uitgifte na Paper Tiger** | 11 | 28 | 7 | 20 | 18 | 12 |

Veronderstel dat er sprake is van een normale verdeling.

**4a [10pt]** Bepaal met behulp van de correlatiecoëfficiënt van Pearson of er sprake is van een lineaire correlatie tussen aantallen pallets papier dat door deze depots per maand vóór de actie werd verstrekt en het aantal daarna. Leg uit hoe daarbij het teken en de grootte van de berekende coëfficiënt een rol spelen

De correlatiecoëfficiënt van Pearson is een getal tussen -1 en +1 dat aangeeft hoe goed twee variabelen aan een lineair verband voldoen. In dit geval is dat X = aantal pallets vóór het WK en Y = aantal pallets erna.

Er geldt **5pt**

De correlatiecoëfficiënt is

**2pt**

De correlatiecoëfficiënt is positief, dus er is een positieve correlatie (d.w.z. bij een grotere uitgifte vóór Paper Tiger hoort een grotere uitgifte erna, het lineaire verband tussen uitgifte voor en uitgifte na de actie is een rechte lijn die stijgend is). **1pt**

Hoe dichter bij 1 (of -1), hoe beter de correlatie. In dit geval dus een behoorlijk goede correlatie. Dat betekent dat er een behoorlijk goed lineair verband zal zijn tussen en , dus het is verantwoord om lineaire regressie toe te passen. **2pt**

**4b [7pt]** In een zevende depot zijn in de maand vóór de actie 25 pallets papier uitgegeven. Geef met behulp van de regressielijn een statistisch verantwoorde voorspelling van het aantal verstrekte pallets papier in dit depot in de maand na Paper Tiger. Rond je antwoord af op gehele pallets.

De regressielijn is met

**2pt**

**2pt**

Vul uitgifte vóór Paper Tiger in: in en je krijgt een bijbehorende voorspelling na WK van . **2pt**

Rond af op 17. **1pt**

**4c [13pt]** Beantwoord via het uitvoeren van een gepaarde t-toets de vraag of er sprake is van een daling van papierverbruik als gevolg van Paper Tiger. Bepaal de toetsuitslag via het berekenen van een kritiek gebied. Kies hierbij α = 0,05.   
Bereken ook de bijbehorende p-waarde.

**Berekening via het kritieke gebied:**

Bij de t-toets wordt bij elk paar gekeken naar het verschil en wordt gekeken of de gemiddelde waarde van deze verschillen 0 is, of afwijkt van 0:

: Geen verband, d.w.z.

: Positief verband, een stijging, d.w.z.

α = 0,05 betekent dat de kans dat je accepteert terwijl eigenlijk waar is maximaal 0,05 mag zijn.

De toetsingsvariabele is

en gedraagt zich volgens een t-verdeling met *n-1* vrijheidsgraden.

Zoek de grenswaarde voor de t-verdeling met α = 0,05 en 6-1=5 vrijheidsgraden op in Tabel C6: , dus kritieke gebied is . De berekende waarde van ligt hierin, dus wordt verworpen, dus er is sprake van een significante daling in papieruitgifte.

**Berekening m.b.v. p-waarde:**

Bereken de overschrijdingswaarde: Bij

en 6-1=5 vrijheidsgraden vind je een rechteroverschrijdingswaarde van

Deze waarde is kleiner dan α = 0,05, dus wordt verworpen, wordt aangenomen, dus er is een significante daling in papieruitgifte door de actie.

**=== EINDE TENTAMEN ===**